УДК 517.51

Обобщение одной теоремы Ф. Рисса Гукевич В. И., Соколов И. Г. Сб. «Теория функций, функциональный анализ и их приложения», вып. 7, 1968, 3—5.

В работе дается оценка суммы модулей коэффициентов Фурье, возведенных в степень p' (p' сопряженное с p). Функции $f \in Lp\,(1 < p \leqslant 2)$ по почти ортогональной в смысле Беллмана системе функций через норму функции f в пространстве L_p. Результат является аналогом одной теоремы Ф. Рисса для ортогональных систем.

В работе рассматривается также обратная теорема, которая является обобщением на пространство $L_p\,(1 < p \leqslant 2)$ соответствующего неравенства Р. Беллмана для почти ортогональных систем.

Библиографических ссылок 2.

УДК 517.948.3

Об эквивалентных операторных узлах. До Хонг Тан. Сб. «Теория функций, функциональный анализ и их приложения», вып. 7, 1968, 6—12.

Операторным узлом называется совокупность двух гильбертовых пространств H, E и трех операторов A, Γ, J, связанных соотношением

$$\frac{1}{i}(A - A^*) = \Gamma J \Gamma^*.$$

При этом предполагается, что оператор A действует из H в H, оператор J ($J = J^*$ $J^2 = I$) — из E в E, а линейный ограниченный оператор Γ — из E в H.

Два операторных узла называются эквивалентными, если они содержат один и тот же оператор A. Следовательно, для эквивалентных узлов имеет место равенство

$$\Gamma_1 J_1 \Gamma_1^* = \Gamma_2 J_2 \Gamma_2^*. \tag{1}$$

Вместо эквивалентных узлов достаточно рассмотреть соответствующие им триады (E, J, Γ). При этом две триады называются эквивалентными, если для них выполняется равенство (1).

Определение. Операцию, переводящую триаду $L = (E, J, \Gamma)$ в триаду $(E \dot{+} E', J \dot{+} J', \Gamma \dot{+} 0)$, где E' — произвольное пространство, а J' — произвольный самосопряженный унитарный оператор, назовем тривиальным удлинением, а обратную к ней операцию — тривиальным сокращением.

Определение. Операция, переводящая триаду L в триаду $(E \dot{+} E' \dot{+} E', J \dot{+} J' \dot{+} (-J'), \Gamma \dot{+} \Gamma' \dot{+} \Gamma')$, называется нейтральным удлинением, а обратная к ней операция — нейтральным сокращением.

Определение. Операцию, переводящую триаду L в $(UE, UJU^{-1}, \Gamma U^{-1})$, где U — изометрический оператор, назовем операцией изометрии.

Теорема 1. *Пусть* $L_k = (E_k, J_k, \Gamma_k)$ $(k = 1, 2)$ — *две эквивалентные триады. Тогда с помощью операций изометрии, удлинения и сокращения* из одной триады можно получить другую.

Определение. Операцию, переводящую триаду (E, J, Γ) в триаду $(E, J, \Gamma V)$, где V — некоторый J — унитарный оператор, назовем J-вращением.

Определение. Пусть $L = (E, J, \Gamma)$ — некоторая триада с конечномерным пространством E. Через K обозначим класс всех триад, полученных из L с помощью операций изометрии, нейтрального удлинения и сокращения. Минимальной триадой этого класса назовем ту триаду $(\widetilde{E}, \widetilde{J}, \widetilde{\Gamma})$ из K, у которой размерности пространств $\widetilde{E}$, $\widetilde{\Gamma}\widetilde{E}_+$, $\widetilde{\Gamma}\widetilde{E}_-$ минимальны. При этом символами $\widetilde{E}_+$ и $\widetilde{E}_-$ обозначаются собственные подпространства оператора $\widetilde{J}$, принадлежащие собственным значениям $+1$ и -1 соответственно.

Теорема 2. *Минимальная триада определяется с точностью до изометрии и* J*-вращения.*

Библиографических ссылок 3.

УДК 517.55 + 517.948.33

Вырожденные двумерные сингулярные интегральные уравнения с ядрами Коши для бицилиндрических областей, I. Какичев В. А. Сб. «Теория функций, функциональный анализ и их приложения», вып. 7, 1968, 13—19.

Для уравнения

$$\alpha\varphi + \beta S_t\varphi + \gamma S_\omega\varphi + \delta S_\varphi = f(t, \omega), \ (t, \omega) \in C \times \Gamma, \tag{1}$$

где $S_t (S_\omega)$ — одномерный сингулярный оператор с ядром Коши, взятый по гладкому замкнутому контуру $C (\Gamma)$, $S = S_t S_\omega$, $\alpha = \pm\delta \equiv a(t, \omega)$, $\beta = \pm\gamma \equiv b(t, \omega)$; 2. $\alpha = \pm\gamma \equiv a(t, \omega)$; $\beta = \pm\delta \equiv b(t, \omega)$; 3. $\alpha = \pm\beta \equiv a(t, \omega)$, $\gamma = \pm\delta \equiv b(t, \omega)$; $a^2 \neq b^2$ (a, b и f удовлетворяют на $C \times \Gamma$ условию Гельдера), получены необходимые и достаточные условия разрешимости, а при выполнении последних даны в замкнутой форме все линейно независимые решения.

Решение уравнения (1) в случаях, указанных выше, приводится к решению соответствующей вырожденной задачи линейного сопряжения для бицилиндрических областей, изученной автором ранее.

Библиографических ссылок 3.

УДК 517.55 + 517.948.33

Чебышевские центры в пространстве С [a, в]. Замятин В. Н., Кадец М. И. Сб. «Теория функций, функциональный анализ и их приложения», вып. 7, 1968, 20—26.

Чебышевским центром ограниченного подмножества банахова пространства называется центр наименьшего шара, содержащего это множество. Доказано существование чебышевского центра у каждого ограниченного подмножества пространства $C [0, 1]$. Получена характеристика множества чебышевских центров.

Библиографических ссылок 2.

УДК 513.88 : 513.83

О приведении к диагональному виду некоторых классов треугольных матриц в аналитических пространствах в круге. Фишман К. М. Сб. «Теория функций функциональный анализ и их приложения», вып. 7, 1968, 27—36.

В статье даются достаточные условия приведения к диагональному виду некоторых классов треугольных матриц D.

Для этого D представляется в виде $D = J + A$, где J — диагональная матрица. Предполагается, что матрица A преобразует пространство $\mathfrak{A}_R$, $(\overline{\mathfrak{A}}_R)$ в себя, причем наряду со всем классом таких матриц рассматривается и три подкласса, каждый из которых заключается в предшествующем. Для всего класса и для каждого подкласса устанавливается своя допустимая степень близости диагональных элементов в J. Эти условия, вообще говоря, не обеспечивают, что J преобразует все $\mathfrak{A}_R$ $(\overline{\mathfrak{A}}_R)$ в себя, поэтому отношение эквивалентности $D = J + A = T^{-1}JT$, где T — изоморфизм пространства $\mathfrak{A}_R (\overline{\mathfrak{A}}_R)$, устанавливается лишь для тех функций из $\mathfrak{A}_R (\overline{\mathfrak{A}}_R)$, которые матрицей J переводятся в функции, принадлежащие $\mathfrak{A}_R (\overline{\mathfrak{A}}_R)$.

В теоремах 1, 2, 5 рассматриваются нижние треугольные матрицы в пространствах $\overline{\mathfrak{A}}_0$, $\mathfrak{A}_R$ $(0 < R \leqslant \infty)$, $\mathfrak{A}_R (0 < R < \infty)$. На основе принципа двойственности формулируются теоремы 3 и 4 для верхних треугольных матриц. Теорема 6 стоит в стороне, поскольку в ней исследуется вопрос о приведении рассматривается для банахова пространства l_1.

Библиографических ссылок 6.

УДК 517.535.4

Целые функции с положительными нулями, имеющими конечную максимальную плотность. Кондратюк А. А. Сб. «Теория функций, функциональный анализ и их приложения», вып. 7, 1968, 37—52.

Получены точные оценки верхнего и нижнего индикаторов целых функций конечного порядка через максимальную и минимальную плотности нулей.

В случае целого порядка индикаторы и плотности берутся относительно различных уточненных порядков.

Библиографических ссылок 14.

УДК 517.535.4

Об одном представлении целых функций класс A, положительных на вещественной оси. Рыбалко А. М. Сб. «Теория функций, функциональный анализ и их приложения», вып. 7, 1968, 53—58.

Пусть $f(\lambda)$ — целая функция экспоненциального типа σ, положительная на вещественной оси, а корни $f(\lambda)$ удволетворяют условию $\sum \left| \operatorname{Im} \frac{1}{a_k} \right| < \infty$.

В статье доказано, что $f(\lambda)$ допускает представление $f(\lambda) = \omega_1(z)\,\omega_2(z)$, где $\omega_1(z)$ и $\omega_2(z)$ — целые функции экспоненциального типа $\frac{\sigma}{2}$ на двухлистной римановой поверхности с линиями перехода $(-\infty, -1)$ и $(1, \infty)$, вещественные на отрезке $(-1, 1)$, причем все корни $\omega_1(z)$ лежат на одном листе поверхности, а все корни $\omega_2(z)$ — на другом.

Библиографических ссылок 2. Рисунок 1.

УДК 517.535.4

О регулярности роста субгармонических функций. III. Гришин А. Ф. Сб. «Теория функций, функциональный анализ и их приложения», вып. 7, 1968, 59—84.

Данная работа является продолжением статьи, напечатанной в предыдущем номере сборника.

В ней исследуется поведение разности $u(z + hz) - u(z)$ при малых h, где $u(z)$ — субгармоническая функция в полуплоскости $Im\, z > 0$, имеющая конечный положительный порядок.