

$$0 = \frac{v'}{x} + \frac{v''}{x^2}$$

ВКРИНЕНІ ПОД ДІТРАНЕ

ОБЪ УРАВНЕНІИ

ЗАМѢТКА ОБЪ УРАВНЕНІИ

$$\frac{d^2y}{dx^2} - (ae^x + 2) \frac{dy}{dx} + y = 0.$$

П. С. Флорова.

Это уравненіе было предложено профессоромъ Ковальскимъ¹. Чтобы проинтегрировать его, назовемъ черезъ u и v нѣкоторыя функціи x и сдѣлаемъ подстановку $y = uv$; будемъ имѣть:

$$\frac{d^2v}{dx^2} + \left\{ 2 \frac{u'}{u} - (ae^x + 2) \right\} \frac{dv}{dx} + \frac{1}{u} \left\{ u'' - (ae^x + 2)u' + u \right\} v = 0.$$

Отсюда, положивъ

$$2 \frac{u'}{u} - (ae^x + 2) = w,$$

получимъ

$$\frac{d^2v}{dx^2} + w \frac{dv}{dx} + \frac{1}{4} \left\{ 2w' + w^2 - 2ae^x - (ae^x)^2 \right\} v = 0.$$

Этому уравненію можно удовлетворить допущеніями

$$2w' + w^2 = 2ae^x + (ae^x)^2$$

¹ См. протоколъ засѣд. 31 янв. 1883 года.

Если в предположении (46) интегрируется конечным числом членов; следовательно, при том же условии уравнение (43) тоже интегрируется.

$$\frac{d^2v}{dx^2} + w \frac{dv}{dx} = 0,$$

умножив уравнение (43) на x , мы подвергнем его преобразованию

а, значит, допущениями

$$w = ae^x$$

$$v = c_1 + c_2 \int e^{-ae^x} dx \tag{48}$$

гдѣ c_1 и c_2 произвольныя постоянныя. Такъ какъ

$$u = e^{ae^x + x},$$

то полный интегралъ предложеннаго уравненія будетъ

$$y = e^{ae^x + x} \left(c_1 + c_2 \int e^{-ae^x} dx \right).$$

$$0 = v' + w'v - (ae^x + 2)w'v + \frac{1}{2} \left(\frac{dw}{dx} + 2 \right) w'v - \frac{1}{2} \left(\frac{dw}{dx} + 2 \right) w'v + \frac{1}{2} \left(\frac{dw}{dx} + 2 \right) w'v = 0.$$

Символы v и w означаютъ повтореніе "линейной" функции, положивъ $v = y$ и $w = e^{ae^x + x}$, получимъ формулу (47). Изъ предположенія $w = e^{ae^x + x}$ при $v = y$ можно приложить къ уравненію болѣе вышнюю степень, но анализъ нашихъ съ (1), и такимъ образомъ разсуждать случай интегрируемости этихъ уравненій.

$$0 = v' + w'v - (ae^x + 2)w'v + \frac{1}{2} \left(\frac{dw}{dx} + 2 \right) w'v - \frac{1}{2} \left(\frac{dw}{dx} + 2 \right) w'v + \frac{1}{2} \left(\frac{dw}{dx} + 2 \right) w'v = 0.$$

Этому уравненію можно удовлетворить допущеніями

$$2w' + w'' = 2ae^x + (ae^x)^2$$